

PROGRAMMAZIONE DI MATEMATICA

LINEE GENERALI E COMPETENZE

Finalità generali:

Sviluppare e potenziare le attitudini dei giovani verso gli studi scientifici e offrire un bagaglio di nozioni che consenta loro di proseguire gli studi a livello universitario.

Abituare lo studente alla deduzione logica, all'astrazione, alla precisione e all'economia di linguaggio.

Avviare progressivamente l'alunno a recepire il valore dei procedimenti induttivi e a saper individuare e applicare procedure per affrontare situazioni problematiche nel contesto quotidiano mediante linguaggi formalizzati, acquisendo inoltre la capacità e la disponibilità ad usare modelli matematici di pensiero e di rappresentazione.

Obiettivi specifici: Nel primo biennio ci si pone l'obiettivo di condurre ogni allievo a possedere le competenze di base di seguito indicate come M1, M2, M3, M4 a conclusione dell'obbligo di istruzione. Nel secondo biennio e nell'anno conclusivo l'insegnante di matematica dovrà ampliare e rafforzare gli obiettivi raggiunti alla fine del biennio, inserendoli in un processo di crescente formalizzazione e astrazione. L'allievo dovrà sviluppare ulteriormente l'intuizione geometrica, la capacità di generalizzazione e discussione dei temi proposti e il sapere scientifico.

Nel seguito si individuano gli obiettivi specifici di apprendimento del secondo biennio e del quinto anno, ripartiti per anno di corso.

OBIETTIVI SPECIFICI DI APPRENDIMENTO DEL SECONDO BIENNIO E QUINTO ANNO

Le competenze di base a conclusione del secondo biennio e quinto anno per la Matematica si declinano in:

- 1) Comprendere il linguaggio formale specifico della matematica, saper utilizzare le procedure tipiche del pensiero matematico, conoscere i contenuti fondamentali delle teorie che sono alla base della descrizione matematica della realtà.
- 2) Comprendere le strutture portanti dei procedimenti argomentativi e dimostrativi della matematica, anche attraverso la padronanza del linguaggio logico-formale.
- 3) Comunicare con argomentazioni chiare e coerenti, comprendere e riprodurre i passi di una dimostrazione e/o un ragionamento, sviluppare il pensiero critico.
- 4) Utilizzare strumenti di calcolo e di rappresentazione, eventualmente informatici, per l'esplorazione, la modellizzazione e la soluzione di problemi, soprattutto tratti dal reale.

INDICATORI DI CONOSCENZE/ABILITÀ NELLA CLASSE TERZA

MODULO 1: EQUAZIONI E DISEQUAZIONI ALGEBRICHE	
CONOSCENZE	ABILITA'
Equazioni e disequazioni irrazionali, con un solo radicale, intere e fratte. Equazioni e disequazioni irrazionali, con due o più radicali Equazioni e disequazioni con un solo valore assoluto. Equazioni e disequazioni con due o più valori assoluti Sistemi di disequazioni irrazionali o con valore assoluto.	Sapere risolvere le equazioni e disequazioni con valore assoluto e irrazionali.

MODULO 2: GEOMETRIA ANALITICA	
CONOSCENZE	ABILITA'
Approfondimenti su piano cartesiano e retta: distanza punto-retta; l'equazione della retta con la condizione di allineamento; derivazione della condizione di parallelismo e di perpendicolarità; retta e luoghi geometrici (asse di un segmento e bisettrice di un angolo); fascio improprio e fascio proprio di rette; fascio generato da due rette; risoluzione grafica di equazioni e disequazioni lineari con moduli.	Risolvere problemi nel piano cartesiano. Risolvere graficamente equazioni e disequazioni lineari con moduli. Determinare l'equazione di un luogo di punti.

La parabola e la sua equazione.
 Parabola con asse parallelo all'asse y e all'asse x .
 Condizioni per determinare l'equazione di una parabola.
 La posizione di una retta rispetto ad una parabola.
 Rette tangenti alla parabola.
 Area del segmento parabolico.
 Grafici di funzioni definite a tratti e di particolari funzioni irrazionali o con valore assoluto, riconducibili al grafico di una parabola
 Risoluzione grafica di equazioni e disequazioni irrazionali o con valore assoluto, riconducibili al grafico di una parabola

La circonferenza e la sua equazione. Posizione reciproca tra retta e circonferenza. Le rette tangenti ad una circonferenza. Condizioni per determinare l'equazione di una circonferenza.
 Posizioni reciproche di due circonferenze
 Grafici di funzioni definite a tratti e di particolari funzioni irrazionali o con valore assoluto, riconducibili al grafico di una circonferenza
 Risoluzione grafica di equazioni e disequazioni irrazionali o con valore assoluto, riconducibili al grafico di una circonferenza. I fasci di circonferenze.

L'ellisse e la sua equazione.
 La posizione di una retta rispetto a un'ellisse.
 Rette tangenti all'ellisse.
 Condizioni per determinare l'equazione di un'ellisse.
 Ellisse traslata.
 Grafici di particolari funzioni irrazionali, riconducibili al grafico di una ellisse

L'iperbole e la sua equazione.
 La posizione di una retta rispetto a un'iperbole.
 Rette tangenti all'iperbole.
 Condizioni per determinare l'equazione di un'iperbole.
 L'iperbole traslata.
 L'iperbole equilatera, riferita agli assi di simmetria e riferita agli asintoti.

Per ogni conica:
 Determinare l'equazione canonica della conica date alcune condizioni.
 Rappresentare graficamente una conica di assegnata equazione.
 Determinare l'equazione della retta tangente ad una conica.
 Risolvere problemi inerenti la posizione retta-conica
 Applicare una traslazione per determinare l'equazione di una canonica non centrata sull'origine
 Saper rappresentare il grafico di particolari funzioni riconducibili ad una conica
 Saper risolvere graficamente equazioni e disequazioni riconducibili ad una conica
 Risolvere problemi su fasci di circonferenza
 Risolvere problemi che utilizzino le coniche come modelli matematici.

<p>Funzione omografica. Grafici di particolari funzioni irrazionali, riconducibili al grafico di un'iperbole Risoluzione grafica di equazioni e disequazioni irrazionali, riconducibili al grafico di un'iperbole</p>	
---	--

APPROFONDIMENTI OPZIONALI al MODULO 2

CONTENUTI

Disequazioni di secondo grado in due variabili
 Sistemi parametrici e coniche
 Fasci di parabole.
 Le coniche: equazione generale, caratterizzazione del tipo di conica e sua rappresentazione grafica
 Definizione di conica mediante l'eccentricità

MODULO 3: GONIOMETRIA

CONOSCENZE	ABILITA'
<p>Misura degli angoli in gradi e radianti. Formula di trasformazione da gradi a radianti e viceversa. Angoli orientati, circonferenza goniometrica, funzioni seno, coseno, tangente, cotangente, secante, cosecante: grafici, proprietà, valori per angoli notevoli (30°, 45°, 60° e multipli). Relazioni fondamentali della goniometria Funzioni goniometriche: definizioni, grafici, periodicità. Restrizione di una funzione, funzioni goniometriche inverse. Archi associati (riduzione al primo quadrante). Grafici di funzioni goniometriche e trasformazioni geometriche Espressioni ed identità contenenti anche archi associati.</p>	<p>Esprimere la misura di un angolo sia in gradi sessagesimali sia in radianti. applicare le relazioni fondamentali tra le funzioni goniometriche. Determinare l'ampiezza di un angolo nota una delle sue funzioni goniometriche. Calcolare il valore di espressioni goniometriche Verificare identità goniometriche Rappresentare graficamente le funzioni goniometriche: elementari, non elementari mediante le trasformazioni geometriche, con moduli.</p>
<p>Formule di addizione e sottrazione per seno, coseno, tangente, cotangente. Formule di duplicazione, di bisezione, parametriche.</p>	<p>Dimostrare le formule goniometriche Applicare le formule goniometriche per calcolare il valore di</p>

<p>Formule di prostaferesi e di Werner. Funzione lineare $y=asinx+bcosx$ e angolo aggiunto Significato goniometrico del coefficiente angolare di una retta. Angolo formato tra due rette generiche.</p>	<p>espressioni e verificare identità. Disegnare il grafico di una funzione lineare $y=asinx+bcosx$</p>
<p>Equazioni e disequazioni goniometriche elementari e riconducibili ad esse. Equazioni e disequazioni goniometriche lineari in seno e coseno. Equazioni omogenee di secondo grado in seno e coseno o ad esse riconducibili Sistemi di equazioni e disequazioni goniometriche. Disequazioni goniometriche fratte o sotto forma di prodotto Disequazioni risolubili tramite confronto grafico.</p>	<p>Risolvere equazioni, disequazioni e sistemi goniometrici. Risolvere problemi utilizzando la goniometria.</p>

MODULO 4: TRIGONOMETRIA	
CONOSCENZE	ABILITA'
<p>Triangolo rettangolo: teoremi relativi e risoluzione del triangolo rettangolo. Area di un triangolo noti due lati e l'angolo compreso; teoremi della corda, dei seni, di Carnot. Risoluzione di un triangolo qualunque.</p>	<p>Risolvere triangoli rettangoli. Dimostrare e applicare i teoremi della corda, di Carnot e dei seni. Risolvere triangoli qualsiasi. Saper risolvere problemi di geometria per via trigonometrica, anche con l'utilizzo di equazioni e disequazioni Applicazioni alla topografia e alla fisica</p>

APPROFONDIMENTI OPZIONALI al MODULO 4
<p>CONTENUTI</p> <p>Applicazioni della trigonometria alla geometria piana: formula di Erone, raggio della circonferenza inscritta e circoscritta ad un triangolo, area di un quadrilatero in funzione delle diagonali e dell'angolo compreso.</p>

SCANSIONE TEMPORALE DEI MODULI:

Primo periodo didattico: moduli 1 e 2 (solo retta, parabola e circonferenza (quest'ultima anche se non verificata))

Secondo periodo didattico: moduli 2 (ellisse e iperbole), 3 e 4 (quest'ultimo modulo, se svolto solo parzialmente o non svolto, verrà affrontato nella classe successiva)

INDICATORI DI CONOSCENZE/ABILITÀ NELLA CLASSE QUARTA

MODULO 1: ESPONENZIALI E LOGARITMI	
CONOSCENZE	ABILITA'
Potenze con esponente reale	<p>Interpretare potenze ad esponente intero e razionale Fornire una interpretazione della potenza ad esponente irrazionale Trasformare espressioni in base alle proprietà delle potenze</p>
La funzione esponenziale Caratteristiche della funzione esponenziale	<p>Rappresentare graficamente la funzione esponenziale $y = a^x$ Stabilire dominio e insieme immagine per la funzione esponenziale Rappresentare grafici di funzioni esponenziali tramite trasformazioni geometriche Riconoscere il carattere di monotonia delle funzioni esponenziali e sue conseguenze algebriche.</p>
Il logaritmo in base a di un numero Proprietà dei logaritmi Il “cambio di base”	<p>Determinare il logaritmo in base a di alcuni numeri positivi mediante lo schema del confronto fra esponenti Dimostrare le proprietà dei logaritmi Utilizzare le proprietà dei logaritmi per trasformare espressioni Convertire il logaritmo in base a di un numero nel logaritmo in base b dello stesso numero</p>
La funzione logaritmica di base a Caratteristiche della funzione logaritmica	<p>Rappresentare graficamente la funzione logaritmo. Stabilire dominio e insieme immagine per la funzione logaritmica. Rappresentare grafici di funzioni logaritmiche tramite trasformazioni geometriche Riconoscere il carattere di monotonia delle funzioni logaritmiche e sue conseguenze algebriche. Riconoscere le funzioni inverse nelle funzioni $y = a^x$ e $y = \log_a x$.</p>
Equazioni esponenziali Disequazioni esponenziali	<p>Risolvere equazioni riconducibili allo schema $a^{f(x)} = a^{g(x)}$ mediante il “confronto degli esponenti”. Trasformare equazioni del tipo $a^{f(x)} = b^{g(x)}$ in equazioni algebriche mediante la “applicazione” del logaritmo. Utilizzare tecniche di sostituzione con variabili ausiliarie per particolari classi di equazioni. Risolvere disequazioni riconducibili allo schema $a^{f(x)} > a^{g(x)}$ facendo riferimento al carattere di monotonia della funzione esponenziale. Risolvere disequazioni del tipo $a^{f(x)} > b^{g(x)}$ trasformandole in disequazioni algebriche.</p>

Equazioni logaritmiche Disequazioni logaritmiche	<p>Utilizzare tecniche di sostituzione con variabili ausiliarie per particolari classi di disequazioni.</p> <p>Risolvere equazioni riconducibili allo schema $\log(f(x)) = k$ in base alla definizione di logaritmo.</p> <p>Risolvere equazioni riconducibili allo schema $\log(f(x)) = \log(g(x))$.</p> <p>Risolvere particolari classi di equazioni mediante trasformazioni basate sulle proprietà dei logaritmi o sostituzioni.</p> <p>Risolvere disequazioni riconducibili agli schemi $\log(f(x)) > 0$, $\log(f(x)) > k$.</p> <p>Disegnare il grafico di funzioni composte che presentano il valore assoluto</p> <p>Interpretare graficamente equazioni e disequazioni delle tipologie precedenti.</p>
---	---

APPROFONDIMENTI OPZIONALI al MODULO 1

CONTENUTI

Costruzione dei numeri reali con le sezioni di Dedekind.

MODULO 2: CALCOLO COMBINATORIO E PROBABILITA'	
CONOSCENZE	ABILITA'
Disposizioni semplici e con ripetizione Permutazioni semplici e con ripetizione; il fattoriale di un numero Combinazioni semplici; coefficiente binomiale, legge dei tre fattoriali, legge delle classi complementari; formula del binomio di Newton e formula di Stifel	Calcolare le disposizioni semplici e con ripetizione di k oggetti su n Calcolare le permutazioni di n oggetti Calcolare le combinazioni semplici di k oggetti su n Verificare identità e risolvere equazioni con disposizioni, permutazioni, combinazioni Risolvere problemi con gli strumenti del calcolo combinatorio
Esperimenti ed esiti Operazioni sugli eventi : somma logica, prodotto logico, evento contrario Le differenti concezioni di probabilità (classica, frequentista, soggettivista) L'impostazione assiomatica della	Individuare gli esiti associati ad un evento. Individuare uno spazio degli eventi per un determinato fenomeno. Riconoscere eventi elementari, eventi certi, eventi impossibili. Utilizzare opportune rappresentazioni per gli spazi degli eventi: diagrammi di Eulero Venn, diagrammi cartesiani, grafi ad albero. Individuare l'evento somma e l'evento prodotto di due eventi assegnati. Individuare l'evento contrario di un evento assegnato

probabilità Probabilità della somma logica e del prodotto logico Probabilità condizionata Il teorema di Bayes Il problema delle prove ripetute	Conoscere e applicare le diverse definizioni di probabilità. Riconoscere nella probabilità una funzione d'insieme limitata, a valori appartenenti all'intervallo $[0, 1]$. Stabilire la probabilità del contrario di un evento. Determinare la probabilità della somma logica di eventi. Valutare la dipendenza o indipendenza di eventi. Determinare la probabilità condizionata di un evento rispetto ad un altro Determinare la probabilità del prodotto logico di eventi. Esprimere la probabilità totale di un evento dipendente da un insieme di eventi. Saper applicare il teorema di Bayes Stabilire la probabilità di ottenere k successi su un insieme di n tentativi Risolvere problemi di probabilità con l'ausilio del calcolo combinatorio
--	---

APPROFONDIMENTI OPZIONALI al MODULO 2

CONTENUTI

Principio di induzione.
 Dimostrazione della cardinalità dell'insieme delle parti.
 Combinazioni con ripetizione.

MODULO 3: NUMERI COMPLESSI

CONOSCENZE	ABILITA'
Definizione di numero complesso come coppia ordinata; operazioni con i numeri complessi; numeri immaginari e unità immaginaria. Forma algebrica di un numero complesso; modulo; numeri complessi coniugati e opposti Operazioni con i numeri complessi in forma algebrica Rappresentazione geometrica piano di Argand-Gauss. Coordinate polari Forma trigonometrica di un numero complesso . Operazioni con i numeri complessi in forma trigonometrica Radici ennesime di un numero complesso e interpretazione geometrica. Equazioni in \mathbb{C} e teorema fondamentale dell'algebra.	Operare con i numeri complessi in forma algebrica. Interpretare i numeri complessi come vettori. Descrivere le curve del piano con le coordinate polari. Operare con i numeri complessi in forma trigonometrica. Calcolare la radice n -esima di un numero complesso. Operare con i numeri complessi in forma esponenziale. Risolvere equazioni di secondo grado e superiore a coefficienti complessi.

Forma esponenziale di un numero complesso e formule di Eulero.

APPROFONDIMENTI OPZIONALI al MODULO 3

CONTENUTI

Costruzione numeri complessi come ampliamento di \mathbb{R}
Le Strutture algebriche
La struttura di gruppo.

MODULO 4: TRASFORMAZIONI GEOMETRICHE

CONOSCENZE	ABILITA'
Definizione di trasformazione geometrica Elementi caratteristici di una trasformazione geometrica; punti e figure unite Composizione di trasformazioni e proprietà	Saper trasformare punti e trasformare grafici Saper comporre due o più trasformazioni date
Definizione di isometria	Individuare gli invarianti in una isometria.
Simmetria centrale: definizione, equazioni di una simmetria centrale, punti uniti; composizione di simmetrie centrali	Determinare le equazioni di una simmetria rispetto all'origine O degli assi. Determinare le equazioni di una simmetria rispetto ad un punto $P_0(x_0; y_0)$.
Simmetria assiale: definizione, equazioni di una simmetria assiale, punti e rette unite; composizione di simmetrie assiali	Determinare le equazioni di una simmetria rispetto all'asse x , rispetto all'asse y , rispetto ad una retta parallela all'asse x , rispetto ad una retta parallela all'asse y , rispetto alla bisettrice I-III quadrante e rispetto alla bisettrice II-IV quadrante.
Traslazioni: definizione, equazioni di una traslazione, punti e rette unite; composizione di traslazioni	Scrivere le equazioni della traslazione associata ad un vettore $(a; b)$. Individuare gli invarianti in una traslazione.

Rotazioni: definizione, equazioni di una rotazione con centro nell'origine degli assi e con centro qualsiasi, punti e rette unite; composizione di rotazioni	Scrivere le equazioni di una rotazione di centro e angolo assegnati.
Glissosimmetria	
Omotetia: definizione, proprietà, equazioni di una omotetia con centro nell'origine e con centro qualunque; composizione di omotetie	Determinare l'equazione di un'omotetia di centro e rapporto assegnati
Similitudine: definizione, proprietà, equazioni, similitudine diretta e indiretta; composizione.	Individuare le proprietà invarianti di una similitudine Riconoscere una similitudine diretta o indiretta
Affinità: definizione, proprietà, equazioni, condizioni affinché un'affinità sia una isometria o una similitudine	Classificare un'affinità Individuare le proprietà invarianti di una affinità
Dilatazione	Determinare le equazioni di una dilatazione

APPROFONDIMENTI OPZIONALI al MODULO 4

CONTENUTI

Matrici e operazioni.
 Determinante.
 Sistemi lineari
 Le strutture di gruppo di alcune classi di trasformazioni geometriche e matrici.
 Determinare le equazioni di una simmetria assiale rispetto ad una retta qualsiasi
 Riduzione a forma canonica di una conica

MODULO 5: GEOMETRIA DELLO SPAZIO

CONOSCENZE	ABILITA'
Punti, rette e piani nello spazio, posizioni reciproche con particolare riguardo a rette perpendicolari ad un piano	Saper applicare i principali teoremi sul parallelismo e perpendicolarità per semplici dimostrazioni tra gli elementi punto, retta e piano nello

<p>Il teorema delle tre perpendicolari Distanze tra due enti: punto-piano, retta-piano (paralleli), piano-piano (paralleli), retta-retta (sghembe) Il teorema di Talete nello spazio Diedri; angolo tra retta e piano I poliedri; i poliedri regolari I solidi di rotazione Le aree dei solidi notevoli L'estensione e l'equivalenza dei solidi I volumi dei solidi notevoli</p>	<p>spazio. Saper ricavare le regole per determinare l'area delle superfici dei poliedri e dei solidi notevoli Valutare l'estensione e l'equivalenza di solidi Calcolare il volume di solidi notevoli Risolvere semplici problemi di geometria solida con particolare riguardo al calcolo di superfici, volumi e angoli diedri. Saper applicare il principio di Cavalieri</p>
--	---

APPROFONDIMENTI OPZIONALI al MODULO 5

CONTENUTI

Il metodo di esaustione e la geometria degli indivisibili
Le trasformazioni geometriche nello spazio

MODULO 6: TOPOLOGIA E LIMITI DELLE FUNZIONI

CONOSCENZE	ABILITA'
<p>Funzioni e loro proprietà: funzioni iniettive, suriettive, biiettive; funzioni crescenti, decrescenti, monotone; funzioni periodiche; funzioni pari e dispari</p> <p>Insiemi limitati e illimitati Elementi di topologia: intorni, punti di accumulazione, punti isolati Estremo superiore/inferiore, massimo/minimo.</p> <p>Definizione topologica di limite di una funzione, definizioni metriche Verifica di limiti Teorema di unicità del limite Teorema della permanenza del segno</p>	<p>Individuare dominio, segno, iniettività, suriettività, biiettività, saper riconoscere (dis)parità, (de)crescenza, periodicità, funzione inversa di una funzione.</p> <p>Stabilire l'estremo superiore [inferiore], il massimo [minimo] di un insieme limitato. Determinare punti di accumulazione di un insieme e punti isolati di un insieme.</p> <p>Verificare il limite di una funzione mediante la definizione. Dimostrare i teoremi sui limiti (unicità del limite, permanenza del segno, confronto). Saper applicare le proprietà dell'algebra dei limiti. Saper calcolare limiti nelle forme indeterminate.</p>

Teorema del confronto Le operazioni con i limiti e le forme indeterminate.	
---	--

APPROFONDIMENTI OPZIONALI al MODULO 6
--

CONTENUTI

Topologia e ampliamenti della retta reale (retta estesa e compattificata).
--

SCANSIONE TEMPORALE DEI MODULI:

Primo periodo didattico: moduli 1, 2 e 3

Secondo periodo didattico: moduli 4, 5 e 6

INDICATORI DI CONOSCENZE/ABILITÀ NELLA CLASSE QUINTA

MODULO 1: CONTINUITÀ DELLE FUNZIONI REALI E STUDIO QUALITATIVO DEL LORO GRAFICO	
CONOSCENZE	ABILITA'
<p>Le operazioni con i limiti e le forme indeterminate I due limiti notevoli e le loro conseguenze</p> <p>Definizione di continuità e teoremi sulla composizione e combinazione algebrica di funzioni continue Legame tra continuità e concetto di limite nei punti di accumulazione del dominio di una funzione Classificazione delle discontinuità Teoremi sulle funzioni continue: teoremi di Bolzano-Weierstrass, dei valori intermedi e degli zeri.</p>	<p>Applicare le proprietà dell'algebra dei limiti. Saper dimostrare il primo limite notevole Saper risolvere limiti nelle forme indeterminate, anche utilizzando i limiti notevoli</p> <p>Essere in grado di dimostrare la continuità delle funzioni elementari Essere in grado di applicare i teoremi sulle funzioni continue per giustificare la continuità delle funzioni ottenute come composizione e combinazione algebrica di funzioni elementari continue. Essere in grado di studiare la continuità delle funzioni definite a tratti, riconoscendo e classificando le eventuali discontinuità. Essere in grado di applicare il <i>Teorema di valori intermedi</i> per determinare l'insieme immagine delle funzioni monotone Essere in grado di applicare il <i>Teorema degli zeri</i> per provare l'esistenza di eventuali intersezioni tra il grafico di una funzione continua e l'asse delle ascisse e più in generale tra il grafico di due funzioni continue Essere in grado di produrre controesempi per dimostrare la non sussistenza dei teoremi inversi sulle funzioni continue. Essere in grado di produrre un grafico qualitativo di semplici funzioni, riconoscendone gli elementi principali (segno, parità, periodicità, intersezioni con gli assi cartesiani, limiti alla frontiera del dominio, asintoti verticali, orizzontali e obliqui, intersezione con gli asintoti, classificazione discontinuità).</p>

MODULO 2: DERIVATA DELLE FUNZIONI REALI E STUDIO DEL LORO GRAFICO

CONOSCENZE	ABILITA'
<p>Definizione di derivata e suo significato geometrico.</p> <p>La derivata e le grandezze fisiche: legame tra velocità e accelerazione di un punto materiale, legame tra corrente elettrica e carica accumulata in un condensatore, legame tra flusso del campo magnetico e f.e.m. indotta in un circuito, legame tra corrente in una induttanza e f.e.m. autoindotta.</p> <p>Teoremi sulla composizione e combinazione algebrica di funzioni derivabili, sulla derivata della funzione inversa.</p> <p>Legame tra continuità e derivabilità.</p> <p>Teoremi delle funzioni derivabili definite su un intervallo: Teorema di Fermat, Teorema di Rolle, Teorema di Lagrange, Teorema di Cauchy.</p> <p>Principali conseguenze del Teorema di Lagrange (criterio di costanza, di monotonia e di derivabilità)</p> <p>Regole di De l'Hospital per le forme indeterminate del tipo $[\infty/\infty]$ e $[0/0]$.</p> <p>Funzioni convesse. Criterio di</p>	<p>Essere in grado di calcolare, mediante la definizione, la derivata delle principali funzioni elementari.</p> <p>Essere in grado di applicare le regole di derivazione per calcolare la derivata delle funzioni ottenute come composizione e combinazione algebrica di funzioni elementari.</p> <p>Essere in grado di applicare le regole di derivazione della funzione inversa per calcolare la derivata delle funzioni goniometriche inverse nel loro dominio.</p> <p>Essere in grado di determinare la retta tangente al grafico di una funzione data.</p> <p>Essere in grado di dimostrare il legame di necessità tra continuità e derivabilità, mostrando con controesempi che non sussiste il teorema inverso.</p> <p>Essere in grado di studiare e classificare i punti speciali in cui un funzione risulta continua ma non derivabile, riconoscendo in particolare punti angolosi, cuspidi e flessi verticali.</p> <p>Essere in grado di dimostrare i teoremi sulle funzioni derivabili in un intervallo e le loro principali conseguenze, mostrando con controesempi che non sussiste il teorema inverso e con esempi che le ipotesi dei suddetti teoremi non possono essere indebolite.</p> <p>Essere in grado di verificare se una data funzione soddisfa le ipotesi dei teoremi sulle funzioni derivabili in un intervallo.</p> <p>Essere in grado di applicare il <i>Criterio di monotonia</i> per individuare gli intervalli di monotonia di una funzione e i suoi punti estremanti.</p> <p>Essere in grado di applicare il <i>Criterio di derivabilità</i> per studiare la derivabilità delle funzioni definite a tratti.</p> <p>Essere in grado di applicare le <i>Regole di de l'Hospital</i> per risolvere i limiti delle forme indeterminate non immediatamente riconducibili ai limiti notevoli.</p> <p>Saper condurre lo studio del un grafico di una funzione riconoscendone gli elementi principali (segno, parità, periodicità, intersezioni con gli assi cartesiani, limiti alla frontiera del dominio, asintoti verticali, orizzontali e obliqui, intersezione con gli asintoti, classificazione discontinuità, intervalli di monotonia, punti estremanti, punti speciali di non derivabilità, intervalli di concavità e convessità, punti di inflessione e tangenti di flesso).</p> <p>Saper riconoscere dal grafico di una funzione tutti gli elementi caratteristici (limiti alla frontiera del dominio, asintoti, discontinuità, intervalli di monotonia, punti estremanti, punti speciali di non derivabilità, intervalli di concavità e convessità, punti di inflessione).</p> <p>Saper affrontare i problemi di massimo e minimo connessi a problemi della geometria del piano o dello spazio, della geometria analitica piana o connessi allo studio di modelli matematici di fenomeni.</p>

convessità per le funzioni derivabili. Punti d'inflessione Studio del grafico di una funzione.	Saper determinare velocità ed accelerazione di un punto materiale di legge oraria nota. Mediante derivazione diretta della legge oraria, saper dimostrare la validità delle formule del moto accelerato uniforme e del moto armonico e della caduta libera in un mezzo viscoso. Saper giustificare, la validità delle formule della carica e scarica di un condensatore (RC) e dell'analogo circuito con induttanza (RL), mediante ricorso alla derivazione diretta.
---	--

APPROFONDIMENTI OPZIONALI al MODULO 2

CONTENUTI	PROPOSTE DI ATTIVITÀ
I polinomi di Taylor e lo sviluppo in serie. La funzione esponenziale come serie, estensione agli esponenti complessi e dimostrazione qualitativa della relazione $e^{i\pi} + 1 = 0$	Uso di GeoGebra per rappresentare il grafico di funzioni Uso di GeoGebra per rappresentare il grafico di una funzione e del suo polinomio di Taylor sviluppato in un punto, all'aumentare del grado del polinomio.

MODULO 3: INTEGRAZIONE DELLE FUNZIONI REALI

CONOSCENZE	ABILITA'
Definizione di primitiva e di integrale indefinito di una funzione. Teorema di linearità dell'integrale indefinito, regole di integrazione e tecniche di sostituzione della variabile dipendente e indipendente, regola d'integrazione per parti. Regole di integrazione per le funzioni razionali fratte con denominatore di secondo grado. Il problema della quadratura del cerchio e il calcolo della sua area come limite. Definizione di integrale definito alla Riemann e suo significato geometrico.	Essere in grado di integrare le funzioni elementari o semplici loro combinazioni, utilizzando le regole di integrazione, la sostituzione della variabile dipendente o indipendente, la tecnica di integrazione per parti. Essere in grado di integrare le funzioni razionali fratte con denominatore di secondo grado utilizzando le opportune tecniche. Essere in grado di calcolare l'area del cerchio e la lunghezza della sua circonferenza come limite di area e perimetro dei poligoni regolari inscritti e circoscritti. Essere in grado di produrre esempi che mostrano l'esistenza di funzioni non integrabili (alla Riemann). Essere in grado di applicare la Formula di Newton-Leibniz e le tecniche di integrazione indefinita per calcolare gli integrali definiti delle funzioni elementari o semplici loro combinazioni. Essere in grado di utilizzare gli integrali definiti per determinare l'area di regioni di piano bordate dai grafici di due o più funzioni. Saper utilizzare gli integrali indefiniti per calcolare il volume dei solidi ottenuti ruotando una

<p>Definizione di integrale improprio e sua interpretazione geometrica. Principali proprietà dell'integrale definito (integrabilità delle funzioni continue, linearità dell'integrale definito, additività dell'integrale sugli intervalli contigui). Teorema della media integrale, Teorema fondamentale del calcolo integrale e Formula di Newton-Leibniz Generalizzazione della Formula di Newton-Leibniz per estremi di integrazione funzione della variabile indipendente. Applicazione dell'integrazione definita al calcolo del volume dei solidi di rotazione e della lunghezza di una curva. L'integrale definito nella fisica: lavoro di una forza variabile, lavoro di espansione e compressione di un gas perfetto.</p>	<p>regione di piano bordata dal grafico di una o più funzioni attorno ad un asse parallelo agli assi cartesiani. Saper utilizzare gli integrali indefiniti per calcolare la lunghezza di curve grafici di semplici funzioni. Saper utilizzare gli integrali impropri per calcolare la misura dell'area di regioni illimitate del piano bordate dal grafico di una funzione, con particolare attenzione al caso della funzione $y=x^{-a}$, con $a > 0$, relativamente alle regioni individuate con gli assi cartesiani. Saper calcolare il valore medio integrale di una funzione. Saper condurre lo studio del grafico di una funzione integrale. Saper utilizzare gli integrali definiti per calcolare lo spostamento di un punto materiale in un intervallo di tempo nota la sua legge cinetica, o per calcolare la variazione di velocità noto l'andamento nel tempo della accelerazione. Saper utilizzare gli integrali definiti per calcolare il lavoro compiuto da una forza posizionale su un punto materiale, con particolare attenzione al caso della forza elastica. Saper utilizzare gli integrali definiti per calcolare il lavoro delle espansioni/compressioni adiabatiche ed isoterme di un gas perfetto in condizioni quasi-statiche.</p>
--	---

APPROFONDIMENTI OPZIONALI al MODULO 3	
CONTENUTI	PROPOSTE DI ATTIVITÀ
<p>Criterio di convergenza delle serie numeriche per confronto dell'ordine di infinitesimo del termine generale con n^{-a} e suo legame con l'integrale improprio di $y=x^{-a}$ Dimostrazione del Teorema dell'Energia Cinetica Teorema di Pappo-Guldino e il concetto di baricentro di una figura piana Calcolo del valore medio della potenza dissipata da una resistenza in regime sinusoidale Calcolo del valore medio dell'intensità di un'onda elettromagnetica armonica</p>	<p>Uso di applet per rappresentare i pluri-rettangoli inscritti e circoscritti al trapezoide di una funzione, nonché le relative somme inferiori e superiori, al variare del numero di suddivisioni dell'intervallo di definizione.</p>

Definizione di integrale generalizzato sugli intervalli orientati	
---	--

MODULO 4: EQUAZIONI DIFFERENZIALI E APPLICAZIONI ALLA FISICA	
CONOSCENZE	ABILITA'
<p>Equazioni differenziali del primo ordine a variabili separabili.</p> <p>Equazioni differenziali lineari del primo ordine omogenee e non omogenee.</p> <p>Equazioni differenziali lineari del secondo ordine a coefficienti costanti omogenee e non omogenee.</p>	<p>Saper calcolare l'integrale generale di semplici equazioni differenziali del primo ordine a variabili separabili, determinando la soluzione particolare nel caso in cui siano assegnate condizioni iniziali.</p> <p>Saper ricavare la formula che dà l'integrale generale delle equazioni lineari omogenee del primo ordine.</p> <p>Saper applicare il metodo di Lagrange (o della variazione delle costanti) per lo studio delle equazioni lineari non omogenee del primo ordine.</p> <p>Saper calcolare l'integrale generale delle equazioni differenziali del secondo ordine a coefficienti costanti e omogenee mediante lo studio dell'equazione caratteristica, determinando la soluzione particolare nel caso in cui siano assegnate condizioni iniziali.</p> <p>Saper calcolare l'integrale generale delle equazioni differenziali del secondo ordine a coefficienti costanti non omogenee nel caso in cui il termine noto è un polinomio.</p> <p>Saper scrivere l'equazione differenziale della dinamica di un punto materiale soggetto a una data forza posizionale e risolvere tale equazione al fine di ricavare la legge cinetica e oraria del moto, con particolare attenzione al caso della forza costante (equazioni moto accelerato uniforme) e di quella elastica (oscillatore armonico).</p> <p>Saper individuare l'equazione differenziale e le relative condizioni iniziali di semplici sistemi fisici (circuiti RC e RL, caduta libera in mezzo viscoso).</p>

APPROFONDIMENTI OPZIONALI al MODULO 4
CONTENUTI
<p>Studio dell'equazione differenziale dei circuiti RLC</p> <p>Studio dell'oscillatore armonico smorzato</p> <p>Studio della soluzione a regime dei circuiti RLC in regime sinusoidale</p> <p>Studio dei modelli di crescita malthusiana e logistica</p>

MODULO 5: METODI NUMERICI	
CONOSCENZE	ABILITA'
<p>Ricerca degli zeri: metodi di bisezione e metodo delle tangenti di Newton.</p> <p>Integrazione numerica: metodi dei rettangoli, dei trapezi e relative formule di stima dell'errore.</p>	<p>Saper verificare per una data funzione definita su un intervallo le ipotesi di applicabilità dei metodi delle tangenti e di bisezione</p> <p>Saper utilizzare il Teorema degli zeri per stimare il grado di precisione dell'approssimazione di uno zero</p> <p>Saper applicare i metodi delle tangenti e di bisezione al fine di individuare una approssimazione di uno zero di una funzione con la precisione arbitrariamente scelta</p> <p>Saper applicare i metodi dei rettangoli e dei trapezi per calcolare un'approssimazione di un integrale definito</p> <p>Saper stimare l'errore di approssimazione dei metodi di quadratura sopra indicati per un dato numero di iterazioni</p> <p>Saper stimare il numero minimo di iterazioni necessarie per garantire che l'approssimazione fornita dai metodi di quadratura sopra indicati abbia una precisione data</p>

APPROFONDIMENTI OPZIONALI al MODULO 5	
CONTENUTI	PROPOSTE DI ATTIVITÀ
<p>Dimostrazione della formula dell'errore per il metodo dei rettangoli.</p> <p>Metodo delle secanti.</p> <p>Metodi di interpolazione.</p>	<p>Uso del foglio di calcolo o di un linguaggio di programmazione specifici per implementare gli algoritmi di calcolo numerico proposti</p> <p>Uso di specifici software per il calcolo numerico, anche quelli presenti in alcune calcolatrici scientifiche non programmabili.</p>

MODULO 6: GEOMETRIA ANALITICA NELLO SPAZIO	
CONOSCENZE	ABILITA'
<p>Vettori nello spazio, prodotto scalare e relazioni di parallelismo e perpendicolarità.</p> <p>Le equazioni parametriche e cartesiane di piano, retta e sfera nello spazio. Formula distanza piano-punto.</p>	<p>Saper determinare l'equazione parametrica e cartesiana di una retta passante per un punto e con vettore direzione dato</p> <p>Saper determinare l'equazione parametrica e cartesiana di un piano passante per un punto e ortogonale ad un vettore direzione dato</p> <p>Saper determinare l'intersezione tra una coppia di enti geometrici elementari (rette e piani)</p> <p>Saper verificare la condizione di complanarità, perpendicolarità e parallelismo tra una coppia</p>

L'equazione della superficie sferica e dei piani tangenti in un suo punto. Condizioni di parallelismo e perpendicolarità tra piani, tra rette e tra retta e piano.	<p>di rette;</p> <p>Saper verificare la condizione di perpendicolarità e parallelismo tra una coppia di enti geometrici elementari (rette e piani)</p> <p>Saper calcolare la distanza tra un punto e un piano, tra due piani o rette paralleli, tra due rette sghembe</p> <p>Saper scrivere l'equazione della superficie sferica di centro e raggio dati</p> <p>Saper trovare l'equazione del piano tangente in un punto di una superficie sferica</p>
--	--

APPROFONDIMENTI OPZIONALI al MODULO 6	
CONTENUTI	PROPOSTE DI ATTIVITÀ
Le equazioni cartesiane degli ellissoidi, iperboloidi e paraboloidi di rotazione. Studio delle sezioni passanti o perpendicolari all'asse di simmetria	Uso di GeoGebra per la rappresentazione di rette, piani e superfici nello spazio.

MODULO 7: VARIABILI ALEATORIE DISCRETE E CONTINUE	
CONOSCENZE	ABILITA'
<p>Variabili aleatorie discrete: valore medio, moda, mediana e varianza. La distribuzione uniforme e le sue caratteristiche. La distribuzione binomiale e le sue caratteristiche. La distribuzione di Poisson.</p> <p>Variabili aleatorie continue: densità, funzione di distribuzione. Valore medio, moda, mediana e varianza.</p> <p>Distribuzioni uniforme continua, esponenziale e gaussiana.</p>	<p>Saper calcolare il valor medio e la varianza di una variabile aleatoria di densità assegnata, con particolare riguardo al caso delle variabili uniformemente distribuite, esponenziali, poissoniane e gaussiane;</p> <p>Saper determinare la funzione di ripartizione di una variabile aleatoria continua nota la densità e viceversa.</p> <p>Saper normalizzare una variabile aleatoria gaussiana</p> <p>Saper usare la tabella di Sheppard per determinare la probabilità che una variabile aleatoria gaussiana abbia valori in un intervallo dato</p>

APPROFONDIMENTI OPZIONALI al MODULO 7	
CONTENUTI	PROPOSTE DI ATTIVITÀ
La disuguaglianza di Bienaymé-Čebyšëv e legge dei	Uso del foglio di calcolo o di un linguaggio di programmazione per la verifica in

grandi numeri.	termini statistici della legge dei grandi numeri. Uso del foglio di calcolo o di un linguaggio di programmazione per il calcolo approssimato dell'area di una regione piana con la tecnica di Monte Carlo (ad es. calcolo approssimato di π -greco, area del cerchio unitario). Uso del foglio di calcolo o di un linguaggio di programmazione per lo studio di un campione di valori ottenuti da una variabile aleatoria continua.
----------------	---

TEORIE ASSIOMATICHE E GEOMETRIE NON EUCLIDEE (OPZIONALE)	
CONOSCENZE	ABILITA'
Cenni sulle teorie assiomatiche e sul concetto di modello di una teoria. Il problema del V postulato della geometria euclidea e il tentativo di Saccheri (quadrilatero birettangolo isoscele). La geometria iperbolica di Bolyai-Lobacevskij e il modello iperbolico di Poincarè. Le geometrie ellittiche e sferiche e il modello sferico di Riemann.	Nell'ambito dei modelli delle geometrie non euclidee proposti, saper costruire semplici esempi di oggetti geometrici (angoli, triangoli, eccetera ...) con proprietà che contrastano quelle della geometria euclidea.

APPROFONDIMENTI OPZIONALI	
CONTENUTI	PROPOSTE DI ATTIVITÀ
Il legame tra geometrie non-euclidee e la struttura dello spazio-tempo in accordo ai modelli di Universo di Friedman. Il modello di Klein, il birapporto e la geometria proiettiva. Il concetto di curvatura dello spazio e di geodetica	Uso delle applet che permettono la costruzione di oggetti geometrici nell'ambito dei modelli di Poincarè e di Reimann.

SCANSIONE TEMPORALE DEI MODULI:

Primo periodo didattico: moduli 1 e 2

Secondo periodo didattico: moduli 3, 4, 5, 6 e 7

CORPUS TEORICO FONDAMENTALE DEL QUINTO ANNO

Agli studenti dell'anno conclusivo del corso di studi, oltre alla conoscenza rigorosa degli enunciati dei teoremi richiamati negli obiettivi minimi, si richiede che sappiano dimostrare i seguenti teoremi:

- teorema del Confronto;
- teorema del limite fondamentale $\frac{\sin(x)}{x} = 1$
- teorema sulla continuità di una funzione derivabile;
- teorema sulle regole di derivazione (somma, differenza, prodotto e quoziente di funzioni);
- teorema di derivazione della funzione inversa;
- teoremi di Fermat, Rolle e Lagrange;
- Criteri di costanza e di monotonia per una funzione derivabile definita in un intervallo (corollari del Teorema di Lagrange);
- Teorema della media integrale, teorema fondamentale del calcolo integrale.

Questa lista è da considerarsi un punto di riferimento come spunto di discussione per il colloquio dell'Esame di Stato conclusivo del corso di studi.

STRUMENTI E METODI

Nel trattare i vari temi, il docente potrà seguire l'itinerario che riterrà didatticamente più proficuo, in relazione alle caratteristiche della classe, pur garantendo lo svolgimento degli argomenti previsti dalle Indicazioni Nazionali e dalle scansioni temporali previste dal Dipartimento.

Gli strumenti, scelti di volta in volta con lo scopo di migliorare l'efficacia della comunicazione, potranno essere:

- libro di testo;
- lavagna e/o LIM;
- schede predisposte dall'insegnante;
- registro elettronico;
- filesharing;
- moodle;
- computer;
- vari software;
- video didattici

Le strategie scelte saranno varie, sia perché diversi sono gli obiettivi da raggiungere, sia per favorire l'apprendimento degli alunni, usando i metodi più idonei ai diversi stili di apprendimento degli studenti. Si utilizzeranno:

- lezioni frontali, per trasmettere informazioni che si acquisiscono con l'ascolto;
- lezioni dialogate, per sollecitare alla discussione e all'attenzione;
- risoluzione di problemi, per favorire l'acquisizione di capacità di organizzazione e di elaborazione delle informazioni e per stimolare la ricerca di soluzioni, anche alternative, e la costruzione di modelli;
- domande flash, per tenere viva l'attenzione e la concentrazione;
- lavori di gruppo con precise consegne, per abituare al lavoro in equipe e al confronto di idee;
- correzione degli esercizi svolti dagli alunni, esercitazioni in classe, analisi e commento degli errori e conferma delle procedure corrette.

VERIFICHE

Saranno di tipo tradizionale (con attenzione ai contenuti) e non (con evidenziazione delle capacità/abilità raggiunte). Al termine di determinati segmenti curriculari, le verifiche saranno di tipo sommativo al fine di accertare il conseguimento di obiettivi precisi. Orientativamente le verifiche saranno di tre tipi a seconda delle loro finalità:

- diagnostico-formative (prove oggettive di ingresso);
- orientativo-formative (verifiche oggettive e verifiche orali sull'andamento dell'apprendimento, dalle quali si evincerà la necessità di eventuali attività di sostegno);
- sommative (prove di verifica del livello di profitto che evidenziano il grado di certe conoscenze e abilità, relative agli obiettivi prefissati).

Le modalità di verifica proposte potranno essere le seguenti:

- verifiche scritte con risoluzione di esercizi e/o problemi
- test strutturati e semi-strutturati
- verifiche orali (colloqui)

Di norma, verranno somministrate almeno due verifiche per ogni periodo didattico. Il voto in pagella relativo ad entrambi i periodi didattici sarà unico.

VALUTAZIONE PERIODICA E FINALE

Per quanto concerne la valutazione periodica e finale verranno presi in considerazione i seguenti elementi:

- livello di conseguimento degli obiettivi specifici (punto di riferimento per la valutazione è la media ponderata dei voti attribuiti alle verifiche in itinere, con maggior peso attribuito ai voti delle verifiche sommative rispetto alle altre tipologie di prova)
- progressi compiuti rispetto al livello di partenza, in particolare il superamento o meno di eventuali debiti formativi del primo periodo didattico;
- competenze dimostrate;
- capacità di saper applicare gli strumenti acquisiti anche in contesti diversi;
- attenzione, interesse e partecipazione in classe, impegno nel lavoro domestico;
- disponibilità all'approfondimento.

Per gli studenti che hanno raggiunto gli obiettivi minimi disciplinari, la valutazione potrà tener conto anche dei seguenti elementi:

- risultati particolarmente brillanti conseguiti da studenti in competizioni, gare o concorsi inerenti l'area disciplinare;
- livello di competenze ottenuto con l'attività di potenziamento scientifico-informatico, relativamente agli obiettivi inerenti l'area disciplinare.

CORRISPONDENZA FRA VOTI E LIVELLI RAGGIUNTI

Ottimo (9-10)	Lo studente possiede una conoscenza completa e organica degli argomenti proposti, acquisita con metodo di lavoro che denota attitudine alla riflessione. Dimostra inoltre disponibilità e capacità nel condurre ragionamenti complessi, uso disinvolto e sicuro della terminologia scientifica e una particolare attitudine per la materia, con originalità di apporti personali.
Buono (8)	Lo studente presenta un'esauriente conoscenza degli argomenti proposti, è in grado di produrre un'esposizione chiara e autonoma con collegamenti e una rielaborazione dei dati con pluralità di riferimenti. Dimostra un uso appropriato della terminologia scientifica.
Discreto (7)	Lo studente sa offrire una conoscenza generalmente sicura degli argomenti proposti ed è in grado di trasmettere correttamente i concetti acquisiti, con un adeguato controllo del mezzo espressivo. Inoltre dimostra capacità di riflettere su argomenti di una certa complessità, pur con la guida dell'insegnante.
Sufficiente (6)	Lo studente possiede livelli di conoscenza diffusi e non puramente mnemonici dei contenuti proposti, nonché un linguaggio appropriato o che almeno non comprometta la chiarezza dell'esposizione. Evidenzia inoltre abilità di analisi e di ricomposizione dei dati dentro schemi organizzativi iniziali eppure già coerenti e metodologicamente avviati.
Insufficiente (5)	Lo studente dimostra una conoscenza lacunosa dei contenuti di tipo mnemonico-informativo, con conseguente difficoltà a un ragionamento coerente e argomentato, e un'esposizione imprecisa nella terminologia. Mostra incertezze e/o difficoltà nell'applicare la teoria alla risoluzione di problemi e nel ricavare informazioni utili da qualunque documentazione.
Gravemente insufficiente (4)	Lo studente presenta gravi lacune nella conoscenza dei contenuti fondamentali, con uso improprio della terminologia, con difficoltà nella comprensione dei dati e incapacità di giungere a una sintesi coerente. Mostra notevoli incertezze e/o difficoltà nell'applicare la teoria alla risoluzione di problemi e nel ricavare informazioni utili da qualunque documentazione.
Del tutto insufficiente (3)	Lo studente presenta una conoscenza frammentaria e disorganica. Non è in grado di utilizzare dati, anche semplici, per condurre un'esposizione o per risolvere un problema. La conoscenza della terminologia e la proprietà del linguaggio sono gravemente inadeguate. Mostra gravi incertezze e/o difficoltà nell'applicare la teoria alla risoluzione di problemi e nel ricavare informazioni utili da qualunque documentazione.
Scarso (1-2)	L'alunno non possiede alcun elemento rilevabile di conoscenza né in relazione ai contenuti né in relazione al metodo e si esprime con un linguaggio totalmente improprio. Mostra gravissime incertezze e/o difficoltà nell'applicare la teoria alla risoluzione di problemi e nel ricavare informazioni utili da qualunque documentazione.